SUR LA THÉORIE DE MERCURE;

Où l'on détermine l'excentricité & le lieu moyen de cette Planète.

TROISIÉME MÉMOIRE.

Par M. DE LA LANDE.

APRÈS avoir établi dans les deux Mémoires précédens, le lieu de l'aphélie par mes propres obſervations, & le mouvement de Mercure par l'examen des obſervations anciennes, il ne reſte, pour avoir la théorie entière de cette Planète, qu'à connoître la plus grande équation de ſon orbite & l'époque de ſa longitude moyenne: cette partie eſt la dernière qu'on doive examiner, parce qu'elle dépend des deux autres; il faut connoître le moyen mouvement de Mercure & celui de ſon aphélie, pour calculer ſon excentricité par la méthode que j'ai été obligé d'employer. 27 Juillet 1767.

Si nous avions de plus grandes digreſſions de Mercure, obſervées préciſément dans ſes apſides, on auroit immédiatement la diſtance aphélie & la diſtance périhélie, & par conſéquent leur ſomme & leur différence, qui ſont le grand axe & l'excentricité de l'orbite; mais on a rarement le moyen de faire de ſemblables obſervations; je n'ai pu en trouver qu'une ſeule qui ait été faite près de ſon aphélie: on verra ci-après l'uſage que j'en ai fait, *page 547*.

Les plus grandes digreſſions de Mercure aphélie, ſont toujours difficiles à obſerver, parce que Mercure y étant, ſe trouve toujours à une déclinaiſon fort méridionale: je ſuppoſe le lieu de l'aphélie de Mercure à $8^f\ 13^d$, & la plus grande élongation de 27 degrés; le complément de 27 degrés, c'eſt-à-dire 63, eſt l'angle de commutation ou l'angle au Soleil qui a lieu dans le temps de la plus grande digreſſion; ſi l'on ajoute cet angle avec la longitude de Mercure $8^f\ 13^d$, & qu'on l'en retranche, on aura $10^f\ 16^d$ & $6^f\ 10^d$ pour les lieux de la Terre aux temps des plus grandes digreſſions aphélies; ce qui prouve qu'elles arrivent toujours vers le 8 Août ou le 30 de Mars. Dans les digreſſions aphélies qui s'obſervent le 8 Août vers le couchant, Mercure eſt plus avancé de 27 degrés que le Soleil, & par conſéquent il eſt beaucoup plus méridional que le Soleil; dans celles qui s'obſervent le 30 Mars au levant, Mercure eſt moins avancé que le Soleil, il eſt dans le ſigne des Poiſſons, & par conſéquent il a encore une déclinaiſon plus méridionale: ainſi dans nos régions boréales, on ne peut guère obſerver ces digreſſions avant le lever ou après le coucher du Soleil, l'intervalle de temps eſt trop court; c'eſt pourquoi Tycho & Hévélius n'en ont obſervé aucune, & on ne peut le faire actuellement même qu'avec beaucoup de peine.

Les digreſſions de Mercure périhélie ſont beaucoup plus faciles à obſerver : en ſuppoſant l'élongation de 18 degrés, ſon complément 72 degrés, qui eſt l'angle au Soleil ou l'angle de commutation, étant ajouté au lieu du périhélie $2^s\ 13^d$, & retranché de cette longitude, donne $0^s\ 1^d$ & $4^s\ 25^d$ pour les lieux de la Terre dans ces temps-là; c'eſt donc le 13 Février & le 24 Septembre, ou environ, que les digreſſions périhélies ont lieu; dans ces deux cas, Mercure eſt toujours plus au nord que le Soleil, par exemple, dans les digreſſions périhélies du 27 Septembre 1766 & du 19 Septembre 1773, Mercure étant alors moins avancé que le Soleil dans les ſignes deſcendans, ſera auſſi moins éloigné du pôle boréal & du tropique du Cancer ou du ſolſtice d'été; quand elles arrivent vers le 13 Février au ſoir, Mercure, plus avancé que le Soleil dans les ſignes aſcendans, eſt auſſi plus boréal que lui.

Ne pouvant pas comparer des digreſſions aphélies avec des digreſſions périhélies, j'ai été obligé d'y ſuppléer par l'examen des paſſages de Mercure ſur le Soleil; cette méthode eſt auſſi très-bonne, elle eſt même la ſeule qu'on puiſſe employer pour trouver les longitudes moyennes; elle me ſervira tout-à-la fois pour l'excentricité & pour l'époque.

J'ai remarqué, dans mon premier Mémoire, que les paſſages ſur le Soleil étoient inſuffiſans pour déterminer à la fois l'aphélie, l'excentricité & l'époque; mais quand on a déterminé le lieu de l'aphélie, comme je l'ai fait dans mon premier Mémoire, les conjonctions inférieures sont suffisantes pour donner exactement les deux autres parties de cette théorie.

En général pour que Mercure, dans ses plus grandes digressions, soit facile à observer, le soir ou le matin, il faut que dans les digressions du matin le Soleil soit descendant, & que dans celles du soir le Soleil soit ascendant; plus Mercure, dans les digressions du matin, approchera de l'équinoxe d'automne, & dans celles du soir de l'équinoxe du printemps, plus elles seront faciles à observer dans le crépuscule; Mercure étant alors plus près du pôle boréal que le Soleil de 8 degrés, plus ou moins, son lever précède de 37 minutes celui du Soleil, ou son coucher suit d'environ autant le Soleil à Paris, par le seul effet de la déclinaison, sans compter la quantité de sa plus grande digression, qui fait au moins $1^h\ 8'$, quelquefois $1^h\ 48'$ de différence pour les couchers.

Nous ne savons pas précisément par quelles méthodes ni sur quelles observations Képler, Stréet, M. de la Hire, M. Cassini, M. Halley avoient établi l'équation du centre de Mercure, qui se trouve dans les Tables de ces différens auteurs; en voici une liste où l'on verra que ces équations sont toutes trop grandes, à en juger par le résultat que j'ai trouvé.

Bouillaud *(Astron. philol.)*	24^d	$17'$	$20''$
M. de la Hire	24.	16.	52
Képler *(Tab. Rudolph.)*	24.	11.	17
M. Cassini, dans ses Tables	24.	2.	58
Stréet *(Astron. carol.)*	23.	54.	59
M. de Thury *(Mém. de l'Acad. 1753)*	23.	50.	0
M. Halley, dans ses Tables	23.	42.	36
Suivant les résultats de ce Mémoire	23.	40.	49.

Quoique M. Halley ait approché beaucoup de la véritable équation, les longitudes moyennes qu'il donne à Mercure, étant trop petites de $2'\ 23''$ pour 1753, & le lieu de l'aphélie trop peu avancé de 10 minutes, produisoient dans ses Tables des erreurs d'une demi-heure pour les paſſages de Mercure ſur le Soleil dans le nœud deſcendant, tels que ceux de 1740 & de 1753, & des erreurs de $1'\frac{1}{2}$ ſur les élongations de Mercure.

Pour rectifier ces Tables, c'eſt-à-dire pour trouver l'équation de l'orbite de Mercure, j'ai ſuppoſé d'abord le lieu de l'aphélie à peu près tel qu'il réſulte de mon premier Mémoire, & les moyens mouvemens de Mercure & de ſes apſides, tels qu'ils réſultent du ſecond Mémoire; je choiſis les paſſages de Mercure obſervés en 1743 & en 1753, dans les deux nœuds oppoſés, comme étant les plus exacts & les plus récens : voici les temps moyens des conjonctions obſervées, avec les lieux de Mercure déduits de l'obſervation, mais comptés ſur l'orbite de la Planète & non pas ſur l'écliptique comme ils le ſont ordinairement dans les liſtes d'obſervations; j'en ai retranché le lieu de l'aphélie qui répond à chaque obſervation, corrigé d'après mes obſervations, afin d'avoir exactement l'anomalie vraie de Mercure dans chacune de ces obſervations.

TEMPS MOYEN DES OBSERVATIONS.	LONGITUDE de MERCURE obſervée.	LIEU DE L'APHÉLIE, corrigé par Obſervation.	ANOMALIE VRAIE donnée par Obſervation.
1743. 4 Novemb. $22^h\ 26'\ 10''$	$1^f\ 12^d\ 36'\ 21''$	$8^f\ 13^d\ 25'\ 51''$	$4^f\ 29^d\ 10'\ 30''$
1753. 5 Mai..... 18. 29. 50	7. 15. 48. 10	8. 13. 36. 56	11. 2. 11. 14

Ces anomalies vraies qui ſont exactes, puiſqu'elles ſont données par l'obſervation, doivent d'abord être converties en anomalies moyennes, ce qui eſt aiſé par la règle que j'ai démontrée ailleurs. (*Mémoires de l'Académie, année 1755, page 209; Aſtronomie, page 439 de la première édition*). Si la différence entre les anomalies moyennes, ainſi conclues, ſe trouve exactement conforme à celle qui eſt connue & donnée par les moyens mouvemens de Mercure & de ſon aphélie; on eſt aſſuré que l'excentricité employée pour faire cette converſion, eſt exacte, c'est-à-dire qu'elle satisfait aux deux observations choisies; en effet, si l'on prend une excentricité trop grande, on aura une trop forte équation, additive en 1743 & soustractive en 1753, c'est-à-dire qu'on aura une différence d'anomalie moyenne trop petite par les deux raisons; l'on ne pourra donc être d'accord avec la différence d'anomalie moyenne qui a véritablement lieu dans le Ciel, & que l'on suppose donnée.

Par exemple, suivant les Tables de M. Halley, on a la longitude moyenne en 1743 de $1^s\ 23^d\ 12'\ 4''$, & en 1753 de $7^s\ 3^d\ 4'\ 28''$, l'anomalie moyenne en 1743 de $5^s\ 9^d\ 50'\ 16''$, & en 1753 de $10^s\ 19^d\ 34'\ 21''$; la différence $5^s\ 9^d\ 44'\ 5''$ que l'on suppose donnée, est celle que l'on doit retrouver en convertissant les anomalies vraies en anomalies moyennes, si l'excentricité 7970, qui est employée dans les Tables, est exacte.

Mais à cause des corrections que j'ai faites aux moyens mouvemens, dans mon second Mémoire sur la théorie de Mercure, les anomalies moyennes doivent différer plus que dans M. Halley, j'ai ajouté 18 secondes au mouvement annuel de l'aphélie & j'ai ajouté 6 secondes au mouvement annuel de Mercure, c'est-à-dire que j'ai diminué de 12 secondes par année le mouvement d'anomalie, & l'on n'a plus que $5^s\ 9^d\ 42'\ 9''$ pour la différence des anomalies entre les observations de 1743 & de 1753.

Dans les premiers calculs que je fis sur cette matière, j'avois corrigé de 11 minutes le lieu de l'aphélie tiré des Tables de M. Halley, c'est-à-dire que j'avois supposé les anomalies vraies $4^s\ 29^d\ 9'\ 36''$ & $11^s\ 2^d\ 10'\ 14''$; si l'on convertit ces anomalies vraies en anomalies moyennes en supposant l'excentricité 7960, on trouve pour les anomalies moyennes $5^s\ 9^d\ 47'\ 3''$, & $10^s\ 19^d\ 28'\ 29''$; la différence $5^s\ 9^d\ 41'\ 26''$ est trop grande de 43 secondes, mais en diminuant l'excentricité de 4 parties & demie, on trouveroit une différence d'anomalie moyenne à peu près d'accord avec celle qui est donnée; de même qu'en diminuant de trois quarts de minute le lieu de l'aphélie, & employant l'excentricité 7960, on trouveroit cette même différence d'anomalie moyenne, $5^s\ 9^d\ 42'\ 9''$.

On peut remarquer ici que la diminution de l'excentricité & celle du lieu de l'aphélie, font également trouver une trop grande différence d'anomalie moyenne; une partie de plus dans l'excentricité ou 9 secondes de plus dans la longitude de l'aphélie, augmentent également de 10 secondes la différence des anomalies moyennes entre 1743 & 1753, ainsi ces deux passages ne font trouver l'excentricité que lorsque le lieu de l'aphélie est déterminé; s'il étoit donc prouvé d'ailleurs, qu'il faut diminuer l'excentricité, il s'ensuivroit qu'on doit augmenter le lieu de l'aphélie afin de satisfaire aux passages de 1743 & de 1753, mais j'ai cru devoir m'en tenir par préférence à la détermination du lieu de l'aphélie tirée de mes observations telle qu'elle est dans mon premier Mémoire.

J'ai supposé en nombres ronds qu'il falloit ajouter 10 minutes à l'aphélie des Tables de Halley, d'où il résulte qu'il faut employer l'excentricité 7960 pour trouver deux anomalies moyennes dont la différence soit $5^{s}\ 9^{d}\ 42'\ 9''$; avec cette excentricité l'on trouve qu'il faut ajouter $2'\ 22''$ à l'époque des Tables de Halley pour 1753, elle devient $1^{s}\ 28^{d}\ 24'\ 47''$, & l'époque pour 1764, $10^{s}\ 1^{d}\ 35'\ 54''$.

Cette excentricité déterminée par les passages de Mercure sur le Soleil, observés en 1743 & 1753, représentent également bien les autres passages, ainsi le 10 Novembre 1736 à 23 heures la longitude de Mercure en conjonction étoit de $1^{s}\ 19^{d}\ 23'\ 24''$, suivant l'observation; mes nouveaux élémens la donnent de $1^{s}\ 19^{d}\ 23'\ 44''$, trop grande seulement de 20 secondes: on ne sauroit espérer d'éviter une erreur de 20 à 30 secondes, puisque les lieux du Soleil qui nous servent pour déterminer ceux de Mercure, sont eux-mêmes sujets à de pareilles erreurs.

Cette excentricité s'accorde aussi avec les observations des plus grandes digressions faites aux environs des apsides, je vais en rapporter quelques-unes pour confirmer ma détermination; on trouve dans les Mémoires de l'Académie pour 1706, quelques observations de Mercure, par M. de la Hire, faites au méridien à son quart-de-cercle mural, je vais examiner celle du 21 Septembre 1701, la seule qu'il ait faite aux environs du périhelie & de de la plus grande digreſſion; j'en ai recommencé le calcul pour être aſſuré de ma détermination, cela étoit d'autant plus néceſſaire que M. de Thury avoit remarqué une erreur conſidérable dans le calcul de l'obſervation du 12 Avril 1707 (*Mémoires de l'Académie, année 1753, page 319*).

Le 20 Septembre 1701, à $22^h\ 57'\ 28''$, temps moyen, Mercure étoit au méridien, il étoit $55'\ 30''\frac{1}{4}$ de temps vrai, avant midi, ainſi la différence d'aſcenſion droite entre Mercure & le centre du Soleil, étoit de $13^d\ 52'\ 37''$, la hauteur méridienne vraie de Mercure étoit de $49^d\ 36'\ 40''$; je trouve pour ce moment-là que la longitude du Soleil étoit de $5^f\ 28^d\ 8'\ 19''$, & ſon aſcenſion droite $5^f\ 28^d\ 17'\ 33''$; ainſi l'aſcenſion droite de Mercure étoit $5^f\ 14^d\ 26'\ 56''$; ſuppoſant la hauteur de l'équateur à l'Obſervatoire royal de $41^d\ 9'\ 46''$, on a pour la déclinaiſon de Mercure $8^d\ 26'\ 54''$, de-là je conclus la longitude $5^f\ 12^d\ 23'\ 55''$, & ſon élongation $15^d\ 44'\ 24''$: cette longitude de Mercure eſt plus petite de 53 ſecondes que celle que M. de la Hire le fils avoit déduite de la même obſervation, parce que j'ai employé des Tables du Soleil, meilleures que celles de ſon père; mais l'élongation eſt la même à 5 ſecondes près, & c'eſt-là le plus eſſentiel.

Ayant calculé pour le même temps cette élongation par mes Tables, je la trouve de $15^d\ 43'\ 54''$, plus petite de 30 ſecondes que par l'obſervation, cela prouve la juſteſſe de l'excentricité que j'ai employée, car ſi elle étoit défectueuſe, toute l'erreur tomberoit ſur la digreſſion obſervée aux environs du périhélie; voilà pourquoi l'erreur des Tables de M. de la Hire eſt de $3'\ 51''$.

L'obſervation du 20 Septembre au matin, qui eſt auſſi rapportée dans le même volume des Mémoires de l'Académie, & que j'ai calculée comme celle du 21, ne s'accorde point avec elle; M. de la Hire lui-même trouvoit l'erreur de ſes Tables plus grande le 20 que le 21 de $1'\ 27''$, ce qui me paroît prouver qu'il y a eu 5 à 6 ſecondes d'erreur ſur le temps vrai du paſſage de Mercure, obſervé le 20 Septembre au matin.

Dans cette obſervation du périhélie de 1701, on a la longitude moyenne de Mercure $3^f 2^d 2' 18''$, celle de l'aphélie $8^f 12^d 36' 12''$, l'équation de l'orbite $10^d\ 14'\ 59''$, la longitude héliocentrique $3^f\ 12^d\ 5'\ 38''$, & la longitude géocentrique $5^f\ 12^d\ 24'\ 25''$.

J'ai aussi calculé une semblable observation de Mercure dans son périhélie, faite par M. Messier en 1753 à l'hôtel de Clugny; le 26 Septembre 1753 au matin, Mercure passa au Méridien à $11^h\ 9'\ 3''\frac{1}{4}$, temps d'une pendule réglée sur les Étoiles fixes, & le centre du Soleil passa à $12^h\ 12'\ 31''\frac{1}{3}$; la distance de Mercure au pôle étoit de $83^d\ 0' + 306$ parties, & celle du bord supérieur du Soleil $91^d\ 20' - 776$. L'erreur de l'instrument des passages exige qu'on ajoute une seconde au passage du Soleil ou à la différence observée entre les deux passages, elle sera donc de $1^h\ 3'\ 29''\frac{1}{8}$, ce qui donne $15^d\ 52'\ 17''$ pour la différence d'ascension droite; suivant les Tables de M. l'abbé de la Caille, l'ascension droite du Soleil à midi étoit de $183^d\ 12'\ 40''$, ainsi celle de Mercure étoit de $167^d\ 20'\ 23''$ au moment de son passage.

Les parties de ce micromètre se réduisent en secondes, en ajoutant un cinquième, ainsi 305 parties font $366''$; d'où il suit que la différence de déclinaison entre Mercure & le bord supérieur du Soleil étoit $7^d\ 58'\ 22''$: ajoutant $16'\ 1''$ pour le demi-diamètre du Soleil & 20 secondes pour la réfraction, & supposant la déclinaison du Soleil à midi $1^d\ 23'\ 16''$, on a la déclinaison de Mercure $6^d\ 57'\ 21''$ boréale; d'où je tire la longitude de Mercure $5^f\ 15^d\ 41'\ 14''$ le 25 Septembre 1753 à $22^h\ 47'\ 50''$. Ayant supposé pour la même heure le lieu du Soleil $6^f\ 3^d\ 27'\ 25''$, l'élongation observée est de $17^d\ 46'\ 11''$.

Ayant calculé le lieu de Mercure par mes Tables pour le même temps, je trouve la longitude moyenne de Mercure de $2^f\ 19^d\ 3'\ 43''$, celle de l'aphélie $8^f\ 13^d\ 41'\ 2''$, l'équation $2^d\ 56'\ 46''$, la longitude héliocentrique $2^f\ 21^d\ 48'\ 31''$, la longitude géocentrique $5^f\ 15^d\ 41'\ 13''$, plus petite seulement d'une seconde que par l'observation; cette observation, qui doit être naturellement plus exacte que celle de 1701, s'accorde aussi beaucoup mieux avec mes Tables, ce qui est une nouvelle preuve de la justesse de mon excentricité 7960.

Après avoir vu comment mes Tables représentent les observations faites dans le périhélie, voyons comment elles s'accordent avec les observations aphélies. Le 19 Août 1759 au soir, M. Messier observa Mercure au méridien, il étoit si foible de lumière & si difficile à observer, que sa déclinaison ne fut observée qu'à peu-près, mais l'ascension droite est la plus nécessaire pour nos recherches; le centre du Soleil passa au fil du milieu dans le télescope des passages lorsque l'horloge à pendule marquoit $9^h\,48'\,38''\frac{1}{2}$, & Mercure y passa à $11^h\,27'\,11''\frac{1}{2}$; la différence $1^h\,28'\,33''$ doit être augmentée d'une seconde, à cause de l'erreur de l'instrument, & l'on a $1^h\,38'\,34''$; la pendule retardoit de 5 secondes par jour; ainsi l'on a $24^d\,38'\,36''$ pour la différence d'ascension droite en degrés; le Soleil, suivant les Tables, avoit $148^d\,20'\,29''$ d'ascension droite à midi, ainsi celle de Mercure étoit de $172^d\,59'\,5''$ le 19 Août à $1^h\,41'\,37''$ de temps moyen: la différence de déclinaison entre Mercure & le bord supérieur du Soleil parut de $11^d\,30' + 390$ parties ou $11^d\,37'\,48''$; si l'on ôte $15'\,52''$ pour le demi-diamètre du Soleil, qu'on ajoute 21 secondes pour la réfraction, & qu'on suppose la déclinaison du Soleil à midi de $12^d\,50'\,26''$, on aura celle de Mercure $1^d\,26'\,9''$ boréale: par-là, je trouve sa longitude $7^s\,22^d\,58'\,43''$, & sa latitude australe $1^d\,26'\,20''$ suivant l'observation.

Le lieu du Soleil, pour le moment de cette observation, étoit de $4^s\,26^d\,9'\,19''$; ainsi l'élongation observée étoit de $26^d\,49'\,25''$.

Mes tables donnent, pour ce moment, la longitude moyenne de Mercure $8^s\,10^d\,26'\,51''$, celle de l'aphélie $8^s\,13^d\,44'\,19''$, l'équation de l'orbite $1^d\,4'\,40''$, la longitude héliocentrique $8^s\,11^d\,21'\,25''$, la longitude géocentrique $5^s\,22^d\,59'\,4''$, plus grande de 21 secondes seulement que par l'observation, ou l'élongation calculée $26^d\,49'\,46''$, plus grande de 21 secondes que l'élongation observée; cette erreur est aussi petite que je pouvois le desirer, & prouve que mes Tables satisfont aux observations aphélies, de même qu'à celles du périhélie.

La combinaison de cette excentricité 7960 avec la correction de l'aphélie établie dans mon premier Mémoire de 10 minutes, forme des Tables qui représentent aussi-bien les observations de Mercure, faites sur les moyennes distances, que celles des apsides.

Dans mon observation du 16 Avril 1750, $22^h\ 49'\ 52''$, temps moyen, la longitude moyenne de Mercure, tirée de mes Tables, est de $11^s\ 0^d\ 50'\ 58''$, l'anomalie moyenne $2^s\ 17^d\ 17'\ 7''$, l'équation $21^d\ 15'\ 33''$, la longitude héliocentrique $2^s\ 17^d\ 44'\ 1''$, & la longitude géocentrique $0^s\ 6^d\ 52'\ 55''$ plus petite de 6 secondes seulement que la longitude observée $0^s\ 6^d\ 53'\ 1''$.

La longitude moyenne le 9 Mai 1758 à $1^h\ 22'\ 54''$, temps moyen, suivant les mêmes Tables, est de $4^s\ 19^d\ 15'\ 10''$, celle de l'aphélie $8^s\ 13^d\ 42'\ 49''$, l'équation $23^d\ 19'\ 15''$, la longitude héliocentrique $5^s\ 12^d\ 44'\ 50''$, la longitude géocentrique $2^s\ 10^d\ 1'\ 51''$, plus grande de 5 secondes que la longitude observée $2^s\ 10^d\ 1'\ 46''$, ainsi cette position, quoiqu'à $3^s\ 1^d$ de l'aphélie, s'accorde aussi bien avec mes Tables que la précédente qui étoit à $1^s\ 26^d$ de l'aphélie.

L'observation que je fis le 17 Novembre 1763 à $18^h\ 30'\ 8''$, de temps moyen, s'accorde à peu près de même à $3^s\ 22^d$ de l'aphélie, avec mes Tables; la longitude moyenne de Mercure se trouve de $4^s\ 0^d\ 35'\ 47''$, celle de l'aphélie $8^s\ 13^d\ 49'\ 22''$, l'équation $20^d\ 21'\ 15''$, la longitude héliocentrique $4^s\ 20^d\ 59'\ 26''$, la longitude géocentrique $7^s\ 6^d\ 13'\ 25''$, plus petite de 9 secondes seulement que la longitude observée $7^s\ 6^d\ 13'\ 34''$.

Pour le 24 Mai 1764, je trouve l'erreur des Tables de 10 secondes: la longitude moyenne des Tables $5^s\ 22^d\ 17'\ 15''$, celle de l'aphélie $8^s\ 13^d\ 50'\ 0''$, l'anomalie $9^s\ 8^d\ 27'\ 15''$, l'équation $21^d\ 54'\ 53''$, la longitude héliocentrique $6^s\ 14^d\ 23'\ 30''$, la longitude géocentrique $2^s\ 26^d\ 50'\ 45''$, plus grande de 10 secondes que la longitude observée $2^s\ 26^d\ 50'\ 35''$.

L'erreur est de 17 secondes dans l'observation du 17 Juillet 1764, $15^h\ 58'\ 4''$ temps moyen: la longitude moyenne par mes Tables est pour ce moment-là de $1^s\ 4^d\ 36'\ 45''$ & celle de l'aphélie $8^s\ 13^d\ 50'\ 8''$, l'anomalie $4^s\ 20^d\ 46'\ 37''$, l'équation de l'orbite $18^d\ 14'\ 19''$, la longitude héliocentrique $0^s\ 16^d\ 33'\ 19''$, la longitude géocentrique $3^s\ 8^d\ 59'\ 23''$, au lieu de $3^s\ 8^d\ 59'\ 6''$, longitude observée; cette observation jointe aux précédentes, donne les élongations de Mercure dans les points de son orbite, les plus différens qu'il soit possible d'avoir, 2^d, 30^d, 56^d, 91^d, 113^d, 122^d, 156^d, 172^d, en sorte que j'ai tout lieu de croire que toute autre observation sera également bien représentée par mes nouvelles Tables, en voici les principaux élémens, elles se trouvent avec tous les détails dans la Connoissance des mouvemens célestes de 1767.

Époque pour 1764	10^s	1^d	$35'$	$54''$
Aphélie pour 1764	8.	13.	49.	30
Nœud pour 1764	1.	15.	31.	45
Mouvement annuel	1.	23.	43.	8,2
Mouvement de l'aphélie			1.	10,5
Mouvement du nœud				45,0

Le demi-axe en parties dont la moyenne distance du Soleil contient 100000 est de 38710.

L'excentricité ou la distance du centre au foyer de l'ellipse 7960, le demi petit axe 37883.

La plus grande équation, qui soit possible dans cette orbite, ayant lieu nécessairement lorsque la distance de Mercure au Soleil est moyenne proportionnelle entre les deux demi-axes, on trouve qu'elle a lieu lorsque l'anomalie vraie est de $92^d\ 59'\ 44''6$ *(Astronomie, page 452)*; convertissant cette anomalie vraie en anomalie moyenne on trouve $104^d\ 45'\ 41''$, ainsi la plus grande équation est $23^d\ 40'\ 49''$, & elle a lieu à $104^d\ 45'\frac{2}{3}$ d'anomalie moyenne; dans les Tables de M. Cassini où l'excentricité est de 8083, c'est-à-dire plus grande de 123, l'on trouve que la plus grande équation est de $24^d\ 3'\ 5''$, & qu'elle a lieu à $104^d\ 59'\ 24''$ d'anomalie moyenne; cette différence de $22'\ 16''$ dans la plus grande équation, ne doit pas être répartie proportionnellement, c'est-à-dire qu'on ne sauroit construire une nouvelle Table d'équation en distribuant cette différence proportionnellement, cela paroît visiblement dans la double Table d'équation que j'ai donnée: entre l'excentricité 7970 & l'excentricité 7930, il y a $7'\ 12''$ de différence quand l'équation est de $23^d\ 42'$, quand l'équation eſt réduite à moitié, ou qu'elle eſt de $11^d\ 51'$, la différence n'eſt plus que de $2'\ 55''$ entre les deux hypothèſes, & quand l'équation eſt réduite au quart ou à $5^d\ 55'$ la différence eſt ſeulement $1'\ 25''$ entre les deux hypothèſes d'excentricité; c'eſt pour cela que j'ai donné une Table particulière dans la Connoiſſance des mouvemens céleſtes, pour 1767, dans laquelle on voit l'équation & la diſtance de Mercure pour deux excentricités différentes. Je ne parlerai point ici des latitudes de Mercure, l'inclinaiſon $6^d\ 59'\ 20''$, qui eſt dans les Tables de M. Halley m'a paru repréſenter aſſez bien les latitudes obſervées; quand au mouvement du nœud, j'en ai parlé fort au long dans les Mémoires de 1754.

Pour terminer mon travail ſur la théorie de Mercure, il ne me reſtera qu'à examiner les inégalités que l'attraction de Vénus & de la Terre doivent produire dans ſes longitudes & dans ſes diſtances au Soleil; peut-être que les différences que j'ai trouvées ci-deſſus, entre mes Obſervations & mes Tables, ſeront produites en partie par ces inégalités; c'eſt ce que je me propoſe de diſcuter dans un autre Mémoire, en appliquant à Mercure les formules que j'ai détaillées à l'occaſion des troubles de Mars & de Vénus. Cependant les Tables de Mercure, dont je viens de donner les élémens, repréſentent ſi bien toutes les obſervations, ſans tenir compte des inégalités de l'attraction, que ce ſeroit mettre dans nos Tables une complication inutile, quant à préſent, que d'y faire entrer ces inégalités; elles ſont très-petites dans Mercure, à cauſe de la rapidité de ſon mouvement.