

Sérendipité Quand le hasard entraîne une grande découverte

L'erreur de Poincaré

À l'occasion des 350 ans de l'Académie des sciences, l'un de ses membres, le mathématicien Jean-Pierre Kahane, relate comment Henri Poincaré a commis la plus féconde des erreurs en cherchant à répondre à la question de la stabilité du système solaire

« C'est une sérieuse mésaventure, mais elle a donné naissance à de superbes mathématiques. » Et Jean-Pierre Kahane, mathématicien et membre de l'Académie des sciences, voudrait faire connaître au grand public celui qui en est le héros, Henri Poincaré. « L'un des plus grands mathématiciens que la France et le monde aient connus. Son œuvre est considérable. Mais avouons qu'en dehors d'Archimède et de Newton, les mathématiciens demeurent souvent ignorés ! »

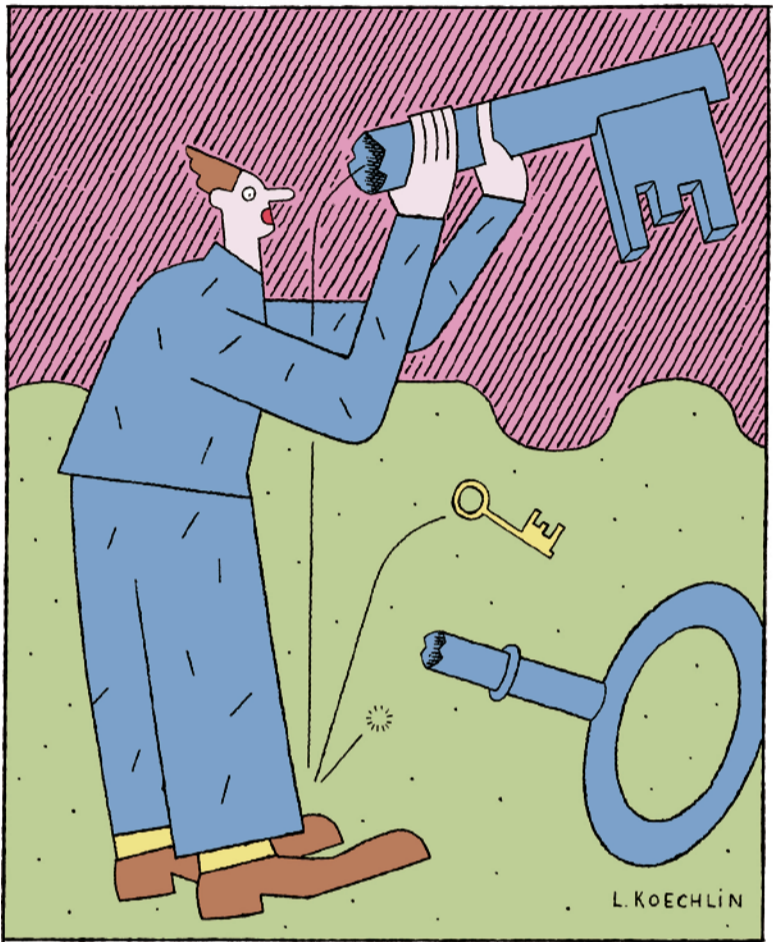
Poincaré, lui, jouit dès sa jeunesse d'une réputation immense. À 25 ans, vers 1875, il entame ses premières publications. Celles-ci produisent des résultats spectaculaires. Il couvre de nombreuses branches des mathématiques mais rédige aussi des ouvrages philosophiques à succès. « À 32 ans, il devient membre de l'Académie des sciences. Peu après, il est même élu "prince des mathématiques" dans un congrès international », admire Jean-Pierre Kahane.

Poincaré n'a pas 30 ans lorsqu'il répond, en 1885, à un concours organisé par le roi Oscar de Suède sur la suggestion du mathématicien suédois Mittag-Leffler. Riche et influent, le savant occupe alors dans son pays une place analogue à celle d'Alfred Nobel. La compétition porte sur la stabilité du système solaire. Le roi promet un prix important. Les mémoires doivent être envoyés pour l'année 1888. « Comme tout candidat, Poincaré présente son travail anonymement, même si les mathématiciens de ce niveau sont peu nombreux », confie Jean-Pierre Kahane.

Une ère nouvelle dans l'histoire de la mécanique céleste

Son mémoire, intitulé « Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique », décroche le prix. Le jury juge sa contribution d'« une telle importance que sa publication ouvrira une ère nouvelle dans l'histoire de la mécanique céleste ». Poincaré y démontre, en effet, la stabilité du système solaire... Une révolution ! Cette question philosophico-scientifique tient en haleine les astronomes depuis Newton. Laplace s'était intéressé à la formation du système solaire. Kepler avait décrit les lois des mouvements des planètes. Newton avait montré que deux corps s'attirent en raison de leur masse... Grâce à la mécanique du point, on savait rendre compte de la position d'une planète par rapport à une autre. Mais comment rendre compte du mouvement de plusieurs planètes interagissant selon la loi de Newton ?

« Au XVIII^e siècle, les mathématiciens français ont mis au point des formules efficaces permettant de prévoir ces mouvements, ceux des comètes et des satellites. Cela n'avait plus rien de mystérieux pour les dizaines de milliers d'années à venir. Mais à très long terme, l'ensemble du système solaire va-t-il se concentrer ? S'éparpiller ? Se maintenir lentement ? » Voilà le problème auquel Poincaré répond.



« Dans les champs de l'observation, le hasard ne favorise que les esprits préparés »
Louis Pasteur (1854)

En janvier 1889, le prix est décerné. Aussitôt, le périodique suédois *Acta Mathematica*, dirigé par l'influent Mittag-Leffler, entreprend de publier l'article. Les premiers exemplaires sont déjà diffusés quand survient la fameuse mésaventure. Avant la parution, Mittag-Leffler a demandé au jeune mathématicien Phragmén de relire les articles. Celui-ci a adressé une série de remarques à Poincaré, qui a ajouté 90 pages à son mémoire initial de 160 pages. « Après parution, Phragmén

« Ces "méthodes" donneront naissance à la théorie du chaos »

lui pose une nouvelle question sur un point qui lui paraît obscur. Poincaré réfléchit. En effet, il existe une lacune à combler. Mais la lacune ne se laisse pas combler. Poincaré constate que c'est vraiment une faute qui démolit une part de son mémoire. En particulier, l'affirmation de la stabilité du système solaire », poursuit Jean-Pierre Kahane. Celle qui avait fait le plus grand bruit...

Le mathématicien fait front. Il prend deux décisions. Il demande à Mittag-Leffler de retirer de la circulation tous les exemplaires de la revue, sans exception. Il paiera les frais, absorbant le montant de son prix et au-delà. Plus aucun exemplaire n'est disponible dans le monde. Seconde

décision, il se remet au travail et développe ce qui deviendra l'aspect central de son article, « les arguments géométriques qui permettent d'étudier le comportement des solutions des équations différentielles lorsqu'on n'a aucune formule pour les définir ». L'article s'allonge : 270 pages paraissent en 1890 dans *Acta Mathematica*. Poincaré exploite ces outils dans une série d'ouvrages intitulés *Méthodes nouvelles de la mécanique céleste*. « Ces "méthodes" donneront naissance à une branche entière des mathématiques, les systèmes dynamiques. Et de façon plus imagée – quoique un peu trompeuse – à la théorie du chaos », explique Jean-Pierre Kahane.

Dans le sillage de Poincaré, les Français – Hadamard, Denjoy, Herman puis Yoccoz – ont joué un rôle de premier plan dans ce domaine, devenu un grand sujet international avec Kolmogorov et Smale. À ce jour, si la question de la stabilité du système solaire reste ouverte, les outils de Poincaré demeurent utilisés. « Il existe beaucoup d'exemples, dans l'histoire des mathématiques, d'échecs qui sont devenus des tremplins », souligne Jean-Pierre Kahane. Mais peu ont une telle valeur humaine et une telle portée scientifique. » Et malgré son erreur, personne n'a jamais réclamé le retrait du prix de Poincaré. ●

Juliette Demey @juliettedemey